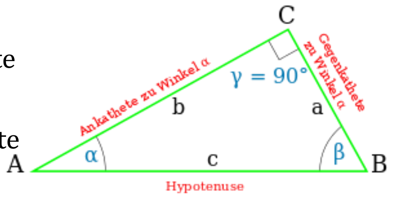
Trigonometrie

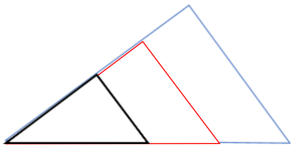
Voraussetzungen

- Mit Pythagoras, Höhensatz und Kathetensatz können wir Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck berechnen!
- In der Trigonometrie können wir Seiten und Winkel in rechtwinkligen Dreiecken berechnen!
- Wir müssen bei den Katheten unterscheiden:
- Zum Winkel α ist b die Ankathete
- Zum Winkel α ist a die Gegenkathete
- Zum Winkel β ist a die Ankathete
- Zum Winkel β ist b die Gegenkathete



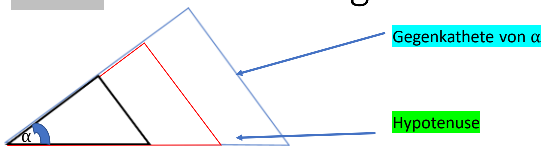
Sinus, Kosinus, Tangens in rechtwinkligen Dreiecken

.....die Rückkehr der Lieblingsdreiecke



→ Beschrifte die Dreiecke mit den Winkeln α, β, γ
→ Beschrifte die Dreiecke mit den Seiten c, a, b
→ Messe die jeweiligen Seitenlängen nach und notiere diese zu den Seiten!

Sinus in rechtwinkligen Dreiecken



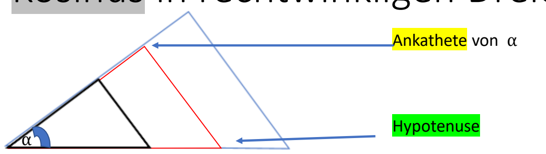
→ Untersuche in allen drei Dreiecke das Verhältnis von der Gegenkathete von α zur Hypotenuse! Was fällt dir auf?

-> das Verhältnis der Längen der Seiten ist immer gleich

→ Der Quotient aus der Gegenkathete eines Winkels und der Hypotenuse heißt Sinus

→ Sinus $\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

Kosinus in rechtwinkligen Dreiecken



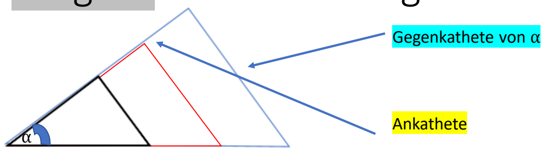
→ Untersuche in allen drei Dreiecke das Verhältnis von der Ankathete von α zur Hypotenuse! Was fällt dir auf?

-> das Verhältnis der Längen der Seiten ist immer gleich

→ Der Quotient aus der Ankathete eines Winkels und der Hypotenuse heißt Kosinus

→ Kosinus $\alpha = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$

Tangens in rechtwinkligen Dreiecken



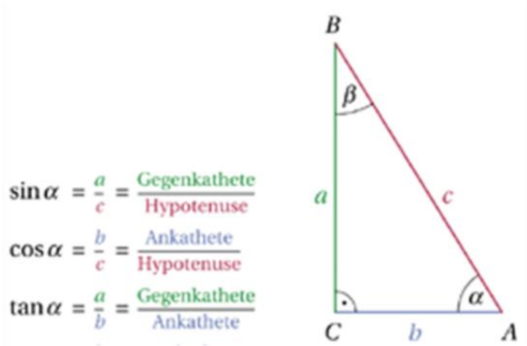
→ Untersuche in allen drei Dreiecke das Verhältnis von der Gegenkathete von α zur Ankathete. Was fällt dir auf?

→ das Verhältnis der Längen der Seiten ist immer gleich

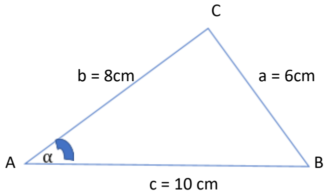
→ Der Quotient aus der Gegenkathete eines Winkels und der Ankathete heißt Tangens

→ Tangens $\alpha = \frac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Ankathete}}$

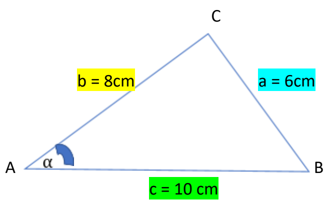
Sinus, Kosinus, Tangens im Überblick



Mit Sinus, Kosinus, Tangens rechnen



Mit Sinus rechnen



Winkel berechnen

Sinus $\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

Sinus $\alpha = \frac{6}{10}$

Sinus $\alpha = 0{,}6$ → Taschenrechner Taste $sin^{-1}(0,6)$

$\alpha = 36{,}87°$

Strecke berechnen

Geg: $\alpha = 36{,}87°$; Gegenkathete a = 6cm

Ges. Hypotenuse c

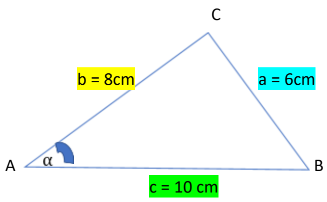
Sinus $\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

Sinus $36{,}87 = \frac{6cm}{c}$ → c = 6 cm : Sinus 36,87

→ Taschenrechner Taste sin (36, 87)

c= 10 cm (gerundet)

Mit Kosinus rechnen



Winkel berechnen

Kosinus $\alpha = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$

Kosinus $\alpha = \frac{8}{10}$

Kosinus $\alpha = 0{,}8$ → Taschenrechner Taste $cos^{-1}(0,8)$
$\alpha = 36{,}87°$

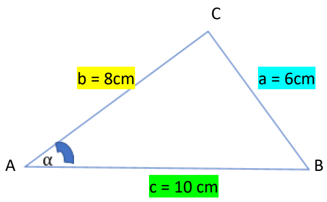
Strecke berechnen

Geg: $\alpha = 36{,}87°$; Hypotenuse $c = 10$ cm
Ges. Ankathete b

Kosinus $\alpha = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$

$36{,}87 = \frac{b}{10}$ → b = 10cm · Kosinus 36,87
→ Taschenrechner Taste cos $(36,87)$
b= 8cm (gerundet)

Mit Tangens rechnen



Winkel berechnen

Tangens $\alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$

Tangens $\alpha = \frac{6}{8}$

tan $\alpha = 0{,}75$ → Taschenrechner Taste $tan^{-1}(0,75)$
$\alpha = 36{,}87°$

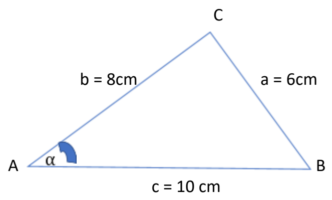
Strecke berechnen

Geg: $\alpha = 36{,}87°$; Gegenkathete $a = 6$cm
Ges. Ankathete b

Tangens $\alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$

Tangens $36{,}87 = \frac{6cm}{b}$ → b = 6 cm : Tangens 36,87
→ Taschenrechner Taste tan $(36,87)$
b= 8 cm (gerundet)

Mit Sinus, Kosinus, Tangens rechnen



1. Taschenrechnertraining

- Um auf den Winkel zu kommen, brauchen wir die $\boldsymbol{tan^{-1}}$; $\boldsymbol{cos^{-1}}$; $\boldsymbol{sin^{-1}}$ - Taste
- Um auf eine Strecke zu kommen, brauchen wir die *tan; cos; sin* - Taste

2. Übungsaufgaben

Übung

2 Berechne die Größe der Winkel.

a) $\sin \gamma \approx 0{,}91355$ $\quad \gamma =$ ________
e) $\sin \gamma \approx 0{,}7071$ $\quad \gamma =$ ________

b) $\tan \alpha \approx 1{,}2799$ $\quad \alpha =$ ________
f) $\cos \beta \approx 0{,}7071$ $\quad \beta =$ ________

c) $\cos \beta \approx 0{,}4695$ $\quad \beta =$ ________
g) $\tan \alpha \approx 1$ $\quad \alpha =$ ________

d) $\tan \alpha \approx 0{,}5317$ $\quad \alpha =$ ________
h) $\cos \alpha \approx 0{,}2588$ $\quad \alpha =$ ________

3 Berechne mit dem Taschenrechner.

a) $\sin 33° \approx$ ________ c) $\tan 70° \approx$ ________ e) $\cos 44° \approx$ ________ g) $\sin 10° \approx$ ________

b) $\cos 48° \approx$ ________ d) $\cos 65° \approx$ ________ f) $\tan 22° \approx$ ________ h) $\tan 45° \approx$ ________

4 Zeichne in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm das rechtwinklige Dreieck ABC mit $A(-3\,|\,-1)$, $B(5{,}5\,|\,-1)$ und $C(-3\,|\,4{,}5)$.

a) Miss die Winkel β und γ. Überprüfe deine Messungen rechnerisch.
b) Berechne die Längen der Dreiecksseiten auf verschiedenen Wegen und überprüfe durch Messung.

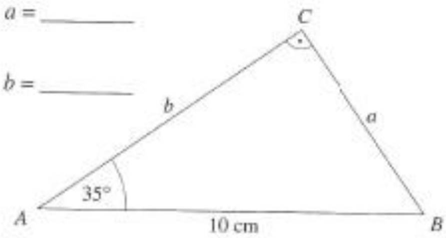
6 Erstelle eine Skizze eines rechtwinkligen Dreiecks ($\gamma = 90°$) und beschrifte die Seiten und Winkel. Berechne die in der Tabelle fehlenden Größen:

	a	b	c	α	β
a)	14 cm			40°	
b)		5,5 cm	8,2 cm		
c)	13 m	8,8 m			
d)			6,5 dm		45°
e)		7,4 cm			33°
f)	5,5 m		7 m		

7 Berechne die mit Variablen bezeichneten Größen.

a) $a =$ ______

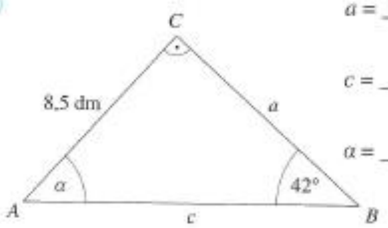
$b =$ ______



b) $a =$ ______

$c =$ ______

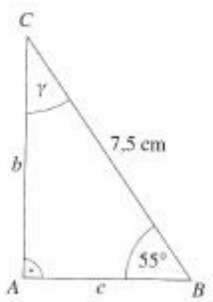
$\alpha =$ ______



c) $b =$ ______

$c =$ ______

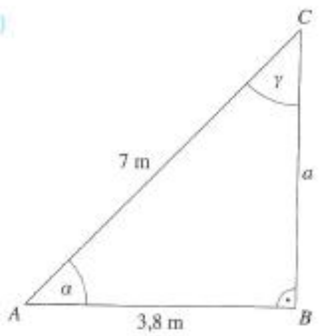
$\gamma =$ ______



d) $a =$ ______

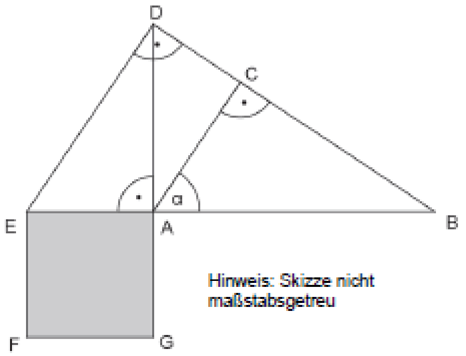
$\alpha =$ ______

$\gamma =$ ______



Prüfungsaufgabe 2017/I

4. Im Dreieck ABC hat die Strecke [BC] eine Länge von 4 cm und der Winkel α eine Größe von 53,13° (siehe Skizze).
   Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrats AEFG.

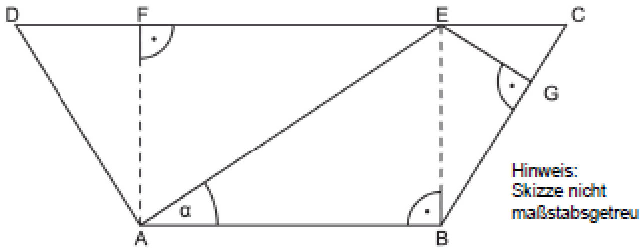


Das Erklärvideo! Wichtig: Es gibt mehrere Lösungswege!

https://www.br.de/mediathek/video/mathe-pruefung-msa-bayern-dreiecksberechnung-2017-ag-i-nr-4-av:5ea6c861a7d60c0013dd6284

Prüfungsaufgabe 2016/II

9. In einem gleichschenkligen Trapez ABCD (siehe Skizze) hat die Strecke [AE] eine Länge von 8,5 cm, die Strecke [EG] eine Länge von 2,5 cm.
   Die Größe des Winkels α beträgt 28°.



   a) Berechnen Sie die Höhe [BE] des Trapezes ABCD.
   b) Ermitteln Sie die Längen der Strecken [AB] und [BC].
      Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BE} = 4\text{cm}$.
   c) Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.

https://www.br.de/mediathek/video/mathe-pruefung-msa-bayern-flaechen-2016-ag-ii-nr-9-av:5e9565443ac51e00131996b6