Folie 1

# Die Kugel

Volumenberechnung

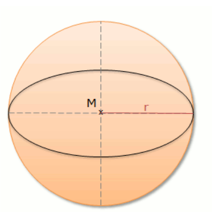
...und was hat das mit der Dichte zu tun?

…..und was ist eine Hohlkugel

Folie 2

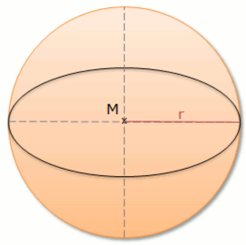
## 1. Oberflächeninhalt und Volumen einer Kugel

Eine **Kugel** hat einen **Mittelpunkt M** von dem aus alle Punkte auf der Oberfläche **gleich weit** entfernt sind. Die Entfernung ist der **Radius r**.



Folie 3

# 1. Oberflächeninhalt und Volumen einer Kugel




*Oberfläche* $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \pi \cdot d^2$

*Volumen* $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \pi \cdot \frac{d^3}{6}$

Folie 4

# 1. Oberflächeninhalt und Volumen der Kugel

Laut Wikipedia hat eine Kugel einen Durchmesser von 5,72 cm. Berechne das Volumen und die Oberfläche!

Folie 5

# 1. Oberflächeninhalt und Volumen der Kugel

Laut Wikipedia hat eine Kugel einen Durchmesser von 5,72 cm. Berechne das Volumen und die Oberfläche!

*Volumen* $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}86^3 \approx 98\ cm^3$

*Oberfläche* $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 2{,}86^2 \approx 103\ cm^2$

Folie 6

# Berechne die fehlende Größe!

| | **Kugel 1** | **Kugel 2** | **Kugel 3** | **Kugel 4** |
|---|---|---|---|---|
| Radius r | 2,3 cm | | | |
| Durch-messer d | | 58 mm | | |
| Ober-fläche O | | | 12,56 $dm^2$ | |
| Volumen V | | | | 14,13$m^3$ |

Folie 7

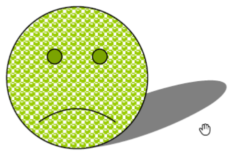
## Dichte?

Kannst du die Kugel tragen? Schätze und begründe deine Meinung!

a) Kugel aus Gold mit ( Dichte: 19,3 $\frac{g}{cm^3}$ ) d = 20 cm

b) Kugel aus Holz mit ( Dichte: 0,8 $\frac{g}{cm^3}$ ) d = 50 cm

c) Kugel aus Kork mit ( Dichte: 0,2 $\frac{g}{cm^3}$ ). d = 1 m ( 100 cm )



Folie 8

## Dichte?

Du kennst bestimmt die Scherzfrage: „Was ist leichter, ein Kilo Blei oder ein Kilo Federn?“. Das ist natürlich nur ein Scherz, denn 1 Kilo ist 1 Kilo, egal aus welchem Stoff etwas besteht. Trotzdem weiß jeder, dass Blei schwerer ist als Federn. Wie funktioniert das?

Folie 9

## Dichte?

Um das zu erklären, braucht man drei Begriffe:

- Volumen
- Masse
- Dichte

Folie 10

## Dichte?

**Das Volumen**

- Jeder Gegenstand hat ein Volumen. Das Volumen bezeichnet, den Platz oder Raum, den ein Gegenstand ausfüllt. Wenn der Gegenstand ein gleichmäßiger Körper ist (wie z.B. ein Würfel), kann man das Volumen auch berechnen.

**Die Masse**

- Die Masse eines Gegenstandes kann man auch mit dem Begriff Gewicht bezeichnen (das ist nicht ganz richtig, aber beinahe). Man kann die Masse eines Gegenstandes also durch wiegen bestimmen.

Folie 11

## Dichte?

Dichte:

Jeder Stoff hat eine Eigenschaft, die man Dichte nennt. Die Dichte bezeichnet wie schwer ein Material ist, wenn man ein bestimmtes Volumen davon hat. Daher wird diese Eigenschaft auch in ***Gewicht pro Volumen*** angegeben.

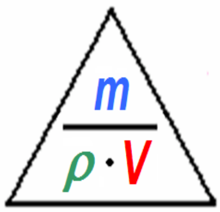
| Dichte | Masse | Volumen |
|---|---|---|
| $\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$ | Dichte · Volumen | $\frac{\text{Masse}}{\text{Dichte}}$ |
| $\rho = \frac{m}{V}$ | $m = \rho \cdot V$ | $V = \frac{m}{\rho}$ |

Die Dichte sagt z.B. aus, wie viel Gramm ein $cm^3$ wiegt! Die Einheit ist dann $\frac{g}{cm^3}$

Folie 12

## Dichte – Volumen

Volumen $$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \pi \cdot \frac{d^3}{6}$$




- Oft können wir das Volumen eines Gegenstands berechnen und müssen dann noch die Masse berechnen. Dafür brauchen wir beide Formeln.
- Manchmal hat man aber auch die Masse und die Dichte und kann so das Volumen eines Gegenstandes berechnen. Danach kann man z.B. auf den Radius einer Kugel schließen.

Folie 13

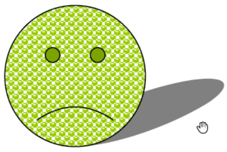
# Dichte?

2. Kannst du die Kugel tragen?
   Schätze zuerst, dann rechne.

a) Kugel aus Gold mit d = 20 cm
( Dichte: 19,3 $\frac{g}{cm^3}$ )

b) Kugel aus Holz mit d = 50 cm
( Dichte: 0,8 $\frac{g}{cm^3}$ )

c) Kugel aus Kork mit d = 1 m ( 100 cm )
( Dichte: 0,2 $\frac{g}{cm^3}$ ).

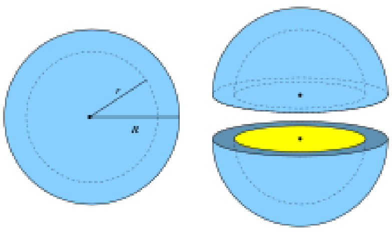


Folie 14

# Beispiel für eine Aufgabe

Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8cm. Die Dichte von Glas beträgt 2,8 $\frac{g}{cm^3}$.

a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.
b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche!

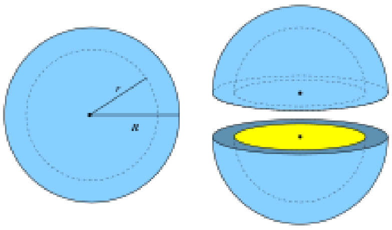



Folie 15

# Beispiel für eine Aufgabe

Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8cm. Die Dichte von Glas beträgt 2,8 $\frac{g}{cm^3}$.

a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.
b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche!




a) Masse?
→Volumen der Hohlkugel berechnen
Volumen große Kugel – Volumen kleine Kugel = Hohlkugel

$$Vg - Vk = Vh$$

$$\frac{4}{3} 4{,}1^3 \cdot 3{,}14 - \frac{4}{3} 3{,}9^3 \cdot 3{,}14 = \mathrm{Vh}$$

$$40{,}20\,\mathrm{cm}^3 = \mathrm{Vh}$$

$$\rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$m = 2{,}8\,\frac{g}{cm^3} \cdot 40{,}20\,\mathrm{cm}^3$$

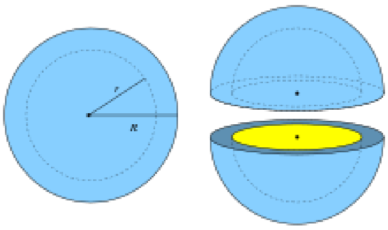
$$m = 112{,}56\ \mathrm{g}$$

Folie 16

# Beispiel für eine Aufgabe

Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8cm. Die Dichte von Glas beträgt 2,8 $\frac{g}{cm^3}$.

a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.
b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche!




b) Kugeloberfläche

$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$O = 4 \cdot 4{,}1^2 \cdot 3{,}14$

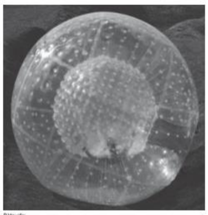
$O = 211\ \mathrm{cm}^2$

Folie 17

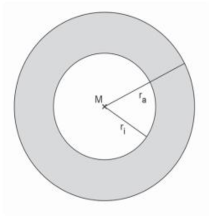
# Weiteres Beispiel

Jetzt bist du dran....eigentlich die gleiche Aufgabe wie gerade!

4. Beim „Zorbing" rollt eine Person im Inneren einer doppelwandigen, meist durchsichtigen Kugel einen Abhang hinunter (siehe Bild).
Vereinfacht betrachtet handelt es sich bei einer Zorbing-Kugel um eine äußere und innere Kugel mit gleichem Mittelpunkt (siehe Skizze). Der Einstiegstunnel wird bei den folgenden Aufgaben vernachlässigt.



Bildquelle:
„Zorb ball" (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Zorb.jpg) von einalem - eigenes Werk. Lizenziert unter CC BY-SA 3.0 (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0) über Wikimedia Commons




Der Radius $r_a$ der äußeren Kugel ist um 70 cm größer als der Radius $r_i$ der inneren Kugel. Die äußere Kugel hat einen Durchmesser von 3,20 m.

a) Berechnen Sie das Volumen des Hohlraums zwischen der äußeren und der inneren Kugel in Liter.

b) Nach jeder Benutzung muss die Kugel außen gereinigt werden. Berechnen Sie die zu reinigende Fläche.

Folie 18

# Zorbing

Lösung
- Welche Informationen brauche ich:
  - Der Radius der äußeren Kugel beträgt
- 3,20m :2 = 1,60m
- Der Radius der inneren Kugel beträgt 1,60m – 0,7m = 0,90m
- Berechnung des Hohlraums
- $V_{groß} = \frac{4}{3} \cdot 1{,}60^3 \cdot \pi$
- $= 17{,}15\ m^3$
- $V_{klein} = \frac{4}{3} \cdot 0{,}9^3 \cdot \pi$
- $= 3{,}05 m^3$
- Volumen des Hohlraums $17{,}15 m^3 - 3{,}05 m^3 = 14{,}1 m^3$

b) Lösung
- $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$
- $O = 4 \cdot 1{,}60^2 \cdot \pi$
- $O = 32{,}15\ m^2$

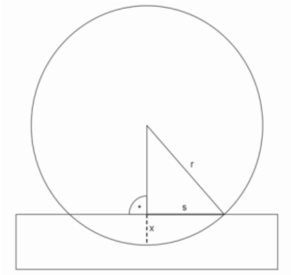
Folie 19

# ….schon schwerer

7. Eine Eisenkugel mit der Masse $m = 17{,}5\,\text{kg}$ wurde in einen verformbaren Werkstoff gedrückt (siehe Skizze).
   $1\,\text{cm}^3$ Eisen wiegt $7{,}8\,\text{g}$.

   Ermitteln Sie rechnerisch die Tiefe x, wenn gilt: $s = 5\,\text{cm}$.

Hinweis: Skizze
nicht maßstabsgetreu



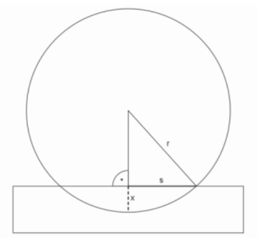

Folie 20

# ….schon schwerer

7. Eine Eisenkugel mit der Masse $m = 17{,}5\,\text{kg}$ wurde in einen verformbaren Werkstoff gedrückt (siehe Skizze).
   $1\,\text{cm}^3$ Eisen wiegt $7{,}8\,\text{g}$.

   Ermitteln Sie rechnerisch die Tiefe x, wenn gilt: $s = 5\,\text{cm}$.

Hinweis: Skizze
nicht maßstabsgetreu




1. Volumen der Kugel?

$V = \frac{Masse}{Dichte} = \frac{17500g}{7{,}8g/cm^3} = 2243{,}59\ \text{cm}^3$

2. Radius der Kugel?

$V = \frac{4}{3} r^3 \cdot 3{,}14$

$2243{,}59 = \frac{4}{3} r^3 \cdot 3{,}14 \quad / : \frac{4}{3} /: 3{,}14$

$r = 8{,}1\ \text{cm}$

3. Pythagoras $r^2 - s^2 = m^2$

$8{,}1^2 - 5^2 = m^2$

$m = 6{,}37$

$x = 8{,}1 - 6{,}37$

$x = 1{,}73$

Folie 21

# …und eine Aufgabe mit Erklärvideo!

Eine zylinderförmige Blumenvase hat ein Gesamtvolumen von 2,5 Litern. Sie ist zu $\frac{3}{4}$ mit Wasser gefüllt.

Es werden 60 farbige Deko-Glaskugeln hineingegeben, die vollständig untertauchen. Danach ist die Vase zu $\frac{4}{5}$ ihres Gesamtvolumens gefüllt.

Berechnen Sie den Durchmesser einer Glaskugel.

https://www.br.de/mediathek/video/mathe-pruefung-msa-bayern-volumen-kugel-und-wasserverdraengung-berechnen-2018-ag-ii-nr-10-av:5e9566727207e60013036121